

## АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ РЕШЕНИЯ РЕГУЛЯРНЫХ ЗАДАЧ

В.Ф. СПИРИДОНОВ, В.Ю. СТЕПАНОВ

Психологические механизмы решения мыслительных задач являются предметом оживленных теоретических и экспериментальных дискуссий (Брушлинский, 1979; Пономарев, 1999; Андерсон, 2002; Newell, Simon, 1972; Davidson, Sternberg, 1984; Metcalfe, Wiebe, 1987; Smith, 1995). К числу активно обсуждаемых относятся и те задачи, которые составляют явное большинство в школьных учебниках математики, физики, химии и других дисциплин. В соответствии с устоявшейся терминологической традицией эти проблемные ситуации должны быть названы *хорошо определенными*, поскольку для них четко сформулированы способы проверки правильности полученных решений (Пойа, 1976); *закрытыми*, подразумевающими фиксированное количество верных ответов, чаще всего один-единственный (Guilford, 1967); *неинсайтными*, т. е. процесс их решения последовательно приближает человека к цели, а ключевой момент озарения исключается; *задачами-описаниями*, которые в отличие от подлинных задач не сформулированы на языке той области знаний, средствами которой они могут быть решены (Фридман, 2001). Мы их будем называть *регулярными*, так как

они в своей структуре имеют регулярности определенного рода (например, устойчивые соотношения между данным и искомым или несомненную симметрию между частями условий, позволяющую составить группу однотипных уравнений и т. п.).

Отношение к этим проблемным ситуациям характеризуется определенной двойственностью. С одной стороны, они обладают всеми чертами мыслительной задачи и хорошо соответствуют известному определению А.Н. Леонтьева (1965)<sup>1</sup>, с другой стороны, поддаются нормативному («культурному») способу решения (скажем, сводятся к составлению уравнения определенного вида), который известен заранее, что автоматически превращает их в репродуктивные или вообще лишает статуса задачи, сводя к материалу для отработки того или иного интеллектуального навыка. При этом в качестве механизмов их решения авторы предлагают разноплановые варианты интеллектуальных действий или операций (см., например: Давыдов и др., 1978; Фридман, 2001; Талызина, 1998; Пиаже, 2003; Ильясов, 1992; Langley, Simon et al., 1987) или операционально трактуемые специальные

---

<sup>1</sup>Задача — это цель, поставленная в определенных условиях.

способности (Крутецкий, 1978). Авторы, придерживающиеся различных теоретических ориентаций, в ответ на вопрос, чему научились люди, которые успешно решают такого рода задачи, могли бы ответить: определенному набору интеллектуальных действий или операций.

Цель нашего исследования — экспериментальная проверка этого положения: действительно ли интеллектуальные действия или операции лежат в основе успешного решения регулярных задач. Для этого мы обратились к операциональному объяснению в духе Ж. Пиаже, предположив, что успешное решение опирается на владение равновесной группировкой операций. Подход этого автора обладает очевидным преимуществом: в нем в явном виде разработаны средства выявления соответствующих операторных структур, которые были использованы в ходе нашей работы. Выбранное для проверки положение определило содержание экспериментальных гипотез:

*1. Испытуемые, обладающие равновесной группировкой преобразования линейных уравнений, решат предложенные задачи путем составления уравнений соответствующего типа.*

*2. Испытуемые, которые не смогут решить задачи путем составления линейного уравнения, не имеют равновесной группировки преобразований линейных уравнений<sup>2</sup>.*

В качестве материала для экспериментального изучения были использованы особые проблемные ситуации, которые в учебно-методической литературе называются текстовыми задачами по математике или текстовыми задачами на составление уравнений. Специфической особенностью этих задач является отсутствие алгоритма решения, т. е. отсутствие формализованных правил составления уравнения на основании текста задачи<sup>3</sup>. Мы выбрали несколько таких проблемных ситуаций, нормативным способом решения которых является составление линейного уравнения (или системы линейных уравнений).

## Методика и процедура

Процедура эксперимента включала две стадии: 1) диагностики сформированности у испытуемых группировки операций, необходимых для преобразования и решения линейных уравнений, и 2) решения экспериментальных задач.

---

<sup>2</sup>Сформулированные в такой форме гипотезы связаны между собой. Первая опирается на правило совершения дедуктивного вывода, которое носит название *modus ponens*. (Оно имеет следующую форму: «Если А, то В. А верно. Следовательно, В»). Вторая связана с *modus tollens*. (Его форма: «Если А, то В. В неверно. Следовательно, А неверно»). Их комбинация позволяет предсказать все возможные исходы, вытекающие из теоретического предположения о том, что в основании успешного решения задачи лежит владение соответствующей равновесной группировкой.

<sup>3</sup>Авторы учебных пособий по математике часто прямо указывают на это обстоятельство: «Как правило, основная трудность при решении текстовой задачи состоит в переводе ее условий на математический язык уравнений. Общего способа такого перевода не существует» (Мирошин и др., 2002, с. 206).

На стадии диагностики испытуемым предлагалось решить несколько арифметических примеров, уравнений и выполнить специальное задание по преобразованию уравнений. Все примеры были сконструированы на основе четырех аксиом Ж. Пиаже для математических групп: композиции  $x+x'=y$ ,  $y+y'=z$ ; обратимости  $y-x=x'$ ,  $y-x'=x$ ; ассоциативности  $(x+x')+y'=x+(x'+y')=z$ , общей идентичной операции  $x-x=0$ ,  $y-y=0$ , а также нескольких более простых групп операций. Каждый испытуемый получал следующий набор заданий для индивидуального решения:

1. Вычисли:

$$\begin{aligned} 5 \times (13-6) - (13-6) &= \\ (17 \times 5) / (5 \times 17) &= \\ (2 \times 8 \times 5 + 12 + 4 + 8) / 4 &= \end{aligned}$$

2. Реши уравнение:

$$\begin{aligned} (27-x) + (10-x) &= 27 \\ 18+x &= 6 \times (10-x) \\ x/2 + 2 &= x - 2 \end{aligned}$$

3. Дано уравнение:  $18+x=6 \times (10-x)$

Ниже записаны уже измененные левые части этого уравнения. Допиши правые части уравнения так, чтобы полученное уравнение было таким же (тождественным), как уравнение  $18+x=6 \times (10-x)$ .

$$\begin{aligned} 6 \times (10-x) - x &= \\ 6 \times (10-x) - 18 &= \\ 6 \times 10 - 6 \times x &= \\ 6 \times (10-x) - 16 &= \\ 6 \times (10-x) - 21 &= \\ 18+x - 6 \times (10-x) &= \\ 6 \times (10-x) - (18+x) &= \end{aligned}$$

Затем испытуемым предлагались для решения три экспериментальные задачи. Порядок предъявления был следующий:

1. Мать, сын и дочь израсходовали вместе некоторую сумму. Причем

мать и сын израсходовали вместе 22 рубля. Сын и дочь вместе 15 рублей. А мать и дочь вместе 20 рублей. Сколько израсходовал каждый из них в отдельности?

2. Имеются кролики и клетки. Если в каждую клетку посадить по одному кролику, то один кролик останется без места. Если в каждую клетку посадить по два кролика, то одна клетка окажется пустой. Сколько имеется кроликов и сколько клеток?

3. У мальчика столько сестер, сколько братьев, а у его сестры вдвое меньше сестер, чем братьев. Сколько братьев и сестер у мальчика?

Если испытуемые не могли самостоятельно составить линейное уравнение или систему, им предлагалось решить задачи методом подбора. Решения такого рода исключались из последующей обработки. Всего было получено 57 протоколов решения.

Испытуемыми были 19 студентов РГГУ обоего пола в возрасте от 20 до 26 лет.

### Результаты и обсуждение

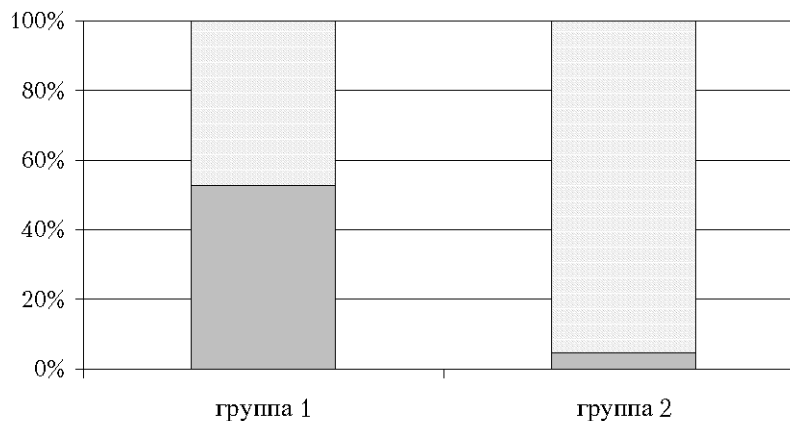
Успешность решения задачи № 1 — 58% (11 из 19), задачи № 2 — 21% (4 из 19), задачи № 3 — 26% (5 из 19).

По результатам диагностической части процедуры испытуемые разделились на две группы: в группу 1 попали те из них, кто продемонстрировал наличие равновесной группировки, т. е. сделал в диагностических заданиях не более одной ошибки (12 человек — 36 протоколов решения), в группу 2 — допустившие две и более ошибок в заданиях (7 человек — 21 протокол решения).

Как видно на рис. 1, представители группы 1 смогли успешно решить

Рисунок 1

**Успешность решения экспериментальных задач  
(группа 1 – испытуемые, владеющие группировкой;  
группа 2 – испытуемые, не владеющие группировкой)**



не решил	17	20
решил	19	1

предложенные задачи посредством составления линейных уравнений в 53% случаев, представители группы 2 — в 5% случаев (всего одна решенная задача на 21 протокол). Таким образом, экспериментальная гипотеза 1 не подтвердилась. Также не выдержала проверки и гипотеза 2.

Полученная структура результатов целиком противоречит представлениям о решающем вкладе операторных структур в успешное решение анализируемого типа задач: наличие группировки не позволяет предсказать положительный результат решения, а отрицательный результат не гарантирует ее отсутствия. Таким образом, можно утверждать, что наличие равновесной группировки по преобразованию уравнений является **необходимым, но не достаточным условием** успешного решения текстовых

задач на составление линейных уравнений, т. е. ее отсутствие делает успешное решение невозможным, но ее наличие его не гарантирует.

Этот вывод наталкивается на два контраргумента, ставящих под сомнение валидность экспериментальной методики.

1. *Испытуемые, не решившие задачи, не понимали их условий.* Это предположение очевидным образом не соответствует полученным результатам: все испытуемые обеих групп, которым предлагалось решить задачи № 2 и № 3 методом подбора, успешно справлялись с этим заданием. Однако, даже зная численное значение ответа, они не могли составить правильное уравнение.

2. *Методика эксперимента не является доказательной, так как, в явном виде проверяя наличие операций*

по преобразованию уравнений, игнорирует операции по их составлению на основании текста задачи. Этот аргумент также не представляется состоятельным. Даже если такие интеллектуальные операции существуют (хотя об их существовании не подозревают даже профессиональные математики (см. сноску 3)), они должны приводить на одной и той же выборке испытуемых к примерно одинаковому проценту правильных решений тех задач, которые решаются уравнениями одного вида. Это также противоречит полученным результатам: успешность решения задачи № 1 более чем вдвое превосходит процент правильных решений задачи № 2 или № 3.

Таким образом, вопрос о необходимых условиях успешного решения

регулярных задач остается открытым. Как показывают полученные экспериментальные результаты, наличие соответствующих групп операций является необходимым, но не достаточным условием успеха. Вопрос о том, чему же научились успешные решатели регулярных задач, остается без удовлетворительного ответа. По-видимому, его поиски должны быть связаны с анализом разноплановых (а не только операторных) мыслительных механизмов, направленных на раскрытие психологической (в противовес предметной, математической или логической) структуры обсуждаемых задач, т. е. тех регулярностей, которые в значительной мере и определяют особенности процесса решения в данном случае.

## Литература

- Андерсон Дж.Р. Когнитивная психология. СПб., 2002.
- Брушлинский А.В. Мышление и прогнозирование. М., 1979.
- Давыдов В.В., Эльконин Д.М., Маркова А.К. Основные вопросы современной психологии детей младшего школьного возраста // Проблемы общей, возрастной и педагогической психологии. М., 1978. С. 180–205.
- Ильясов И.И. Система эвристических приемов решения задач. М., 1992.
- Крутецкий В.А. Исследование специальных способностей, их структуры и условий формирования и развития // Проблемы общей, возрастной и педагогической психологии. М., 1978. С. 206–221.
- Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. М., 1965.
- Мирошин Н.В., Баскаков А.В., Михайлов П.А. и др. Математика: сборник задач с решениями для поступающих в вузы / Под ред. В.М. Говорова, Н.В. Мирошина. М., 2002.
- Пиаже Ж. Психология интеллекта. СПб., 2003.
- Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. 2-е изд.— М., 1976.
- Пономарев Я.А. О понятии «психологический механизм решения творческих задач» // Психология творчества. М.; Воронеж, 1999. С. 286–304.

*Талызина Н.Ф.* Педагогическая психология. М., 1998.

*Фридман Л.М.* Основы проблемологии. М., 2001.

*Davidson J.E., Sternberg R.J.* The role of insight in intellectual giftedness // *Gifted Child Quarterly*, 1984. 28. P. 58–64.

*Guilford J.P.* The Nature of Human Intelligence. NY: Scribner, 1967.

*Langley P., Simon H.A., Bradshaw G.L., Zytkow J.M.* Scientific discovery: Computational exploration of the creative

process. Cambridge, MA: MIT Press, 1987.

*Metcalfe J., Wiebe D.* Intuition in insight and noninsight problem solving // *Memory and Cognition*, 1987. 15 (3). P. 38–246.

*Newell A., Simon H. A.* Human problem solving. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1972.

*Smith S.* Getting into and out of mental ruts: A theory of fixation, incubation and insight // R.J. Sternberg, J.E. Davidson (eds.). *The nature of insight*. Cambridge, MA: MIT Press, 1995. P. 229–251.

***Спиридонов Владимир Феликсович, Российский государственный гуманитарный университет, кандидат психологических наук***

Контакты: vfs@supernet.ru

***Степанов Вячеслав Юрьевич, Российский государственный гуманитарный университет, студент***